**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МО ЭВМ**

отчет

**по домашнему заданию №1**

**по дисциплине «Элементы функционального анализа»**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8382 |  | Мирончик П.Д. |
| Преподаватель |  | Коточигов А.М. |

Санкт-Петербург

2021

# Задание

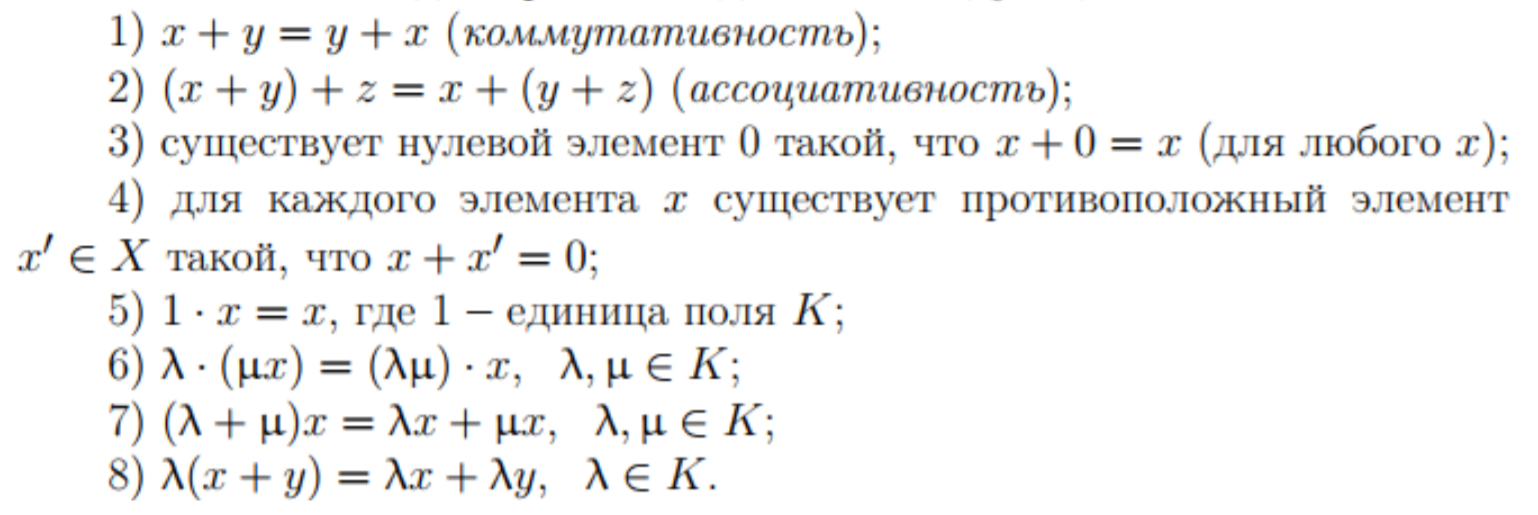
{var, 13}

{A, {6, 3, 0}, B, {6, 0, 4}, H, {0, 7, 3}, AA, {8, 0, 0}, BB, {0, 6, 0}, HH, {0, 0, 4}}

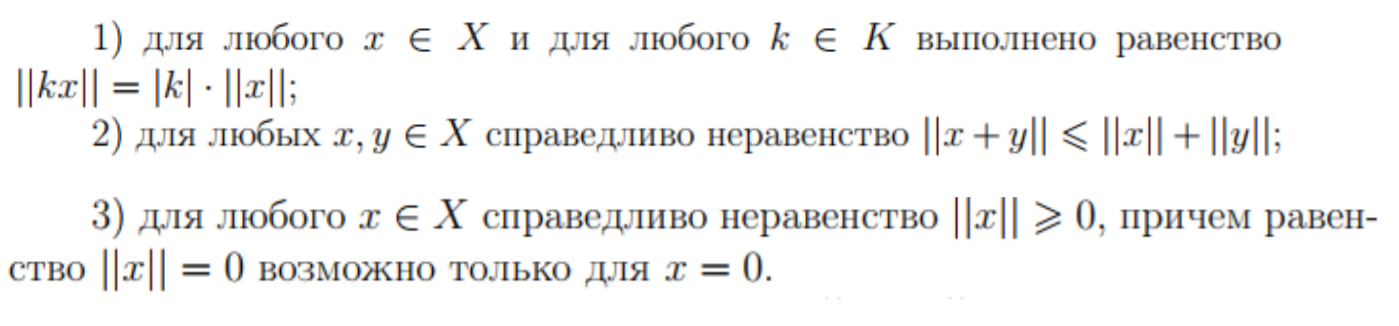
Вектора (-4,8,-7) и (7,-8,-5)

# Ход работы

*Линейное пространство*. Множество над полем , если: , выполняются 8 аксиом:

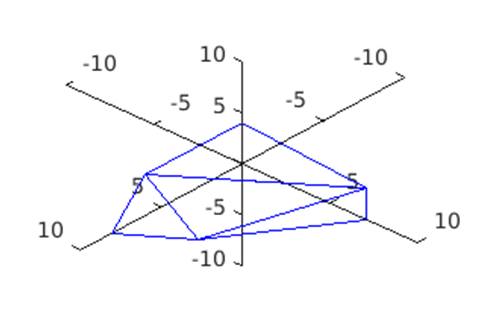


*Норма в линейном пространстве X*: любая функция, отображающая *X* в множество вещественных неотрицательных чисел такая, что:



*Норма Минковского*. W - выпуклое тело. Норма многогранника в линейном пространстве определяется как:

Построим по имеющимся точкам выпуклый многоугольник для . Для этого заменим BB {0, 6, 0} на {0, 7, 0}.



Расширим фигуру в остальные квадранты, отразив относительно осей:

:

## {6, 3, 0}, {6, 0, 4}, {0, 7, 3}, {8, 0, 0}, {0, 7, 0}, {0, 0, 4}

:

## {6, 3, 0}, {6, 0, 4}, {0, 7, 3}, {8, 0, 0}, {0, 7, 0}, {0, 0, 4}, {6, -3, 0}, {0, -7, 3}, {0, -7, 0}

:

## {6, 3, 0}, {6, 0, 4}, {0, 7, 3}, {8, 0, 0}, {0, 7, 0}, {0, 0, 4}, {6, -3, 0}, {0, -7, 3}, {0, -7, 0}, {6, 0, -4}, {0, 7, -3}, {0, 0, -4}, {0, -7, 3}

все вершины:

## {6, 3, 0}, {6, 0, 4}, {0, 7, 3}, {8, 0, 0}, {0, 7, 0}, {0, 0, 4}, {6, -3, 0}, {0, -7, 3}, {0, -7, 0}, {6, 0, -4}, {0, 7, -3}, {0, 0, -4}, {0, -7, 3}, {-6, 3, 0}, {-6, 0, 4}, {-8, 0, 0), {-6, -3, 0}, {-6, 0, -4}

Рассмотрим угол AOB в двумерном пространстве. Биортогональным базисом для этого угла будет такой базис , что:

В трехмерном пространстве вычисление базиса для конуса OABH будет выглядеть следующим образом:

Запишем биортогональные базисы для конусов в положительном квадранте:

|  |  |
| --- | --- |
| **Рассматриваемый конус** | **Биортогональный базис** |
| {8, 0, 0}, {6, 3, 0}, {6, 0, 4} | {0.125,-0.25, -0.1875}  {0, 0.3333, 0}  {0, 0, 0.25} |
| {0, 0, 4}, {0, 7, 3}, {6, 0, 4} | {-0.1667, -0.1071, 0.25}  {0, 0.1429, 0}  {0.1667, 0, 0} |
| {0, 7, 0}, {0, 7, 3}, {6, 3, 0} | {-0.0714, 0.1429, -0.3333}  {0, 0, 0.3333}  {0.1667, 0, 0} |
| {0, 7, 3}, {6, 3, 0}, {6, 0, 4} | {-0.0541, 0.1081, 0.0811}  {0.1261, 0.0811, -0.1892}  {0.0405, -0.0811, 0.1892} |

Зная значения биортогональных базисов конусов можно найти коэффициенты :

Если все три коэффициента имеют значения больше нуля, то вектор лежит в рассматриваемом конусе, и его норма вычисляется как:

Найдем нормы векторов (-4,8,-7) и (7, -8, -5). Т.к. фигура симметрична по осям можно опустить знаки минусов и рассмотреть вектора (4,8,7) и (7,8,5), которые имеют такие же нормы.

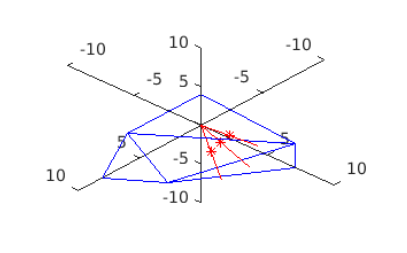
(4,8,7): норма ,

(7, 8, 5): норма ,

Проверим неравенство треугольника:

Для этого найдем вектор и найдем его норму :

неравенство треугольника выполняется.



Наибольшее и наименьшее значения евклидовой нормы на векторах, имеющих норму 1 в норме, порожденной многогранником.

Найдем наибольшее значение евклидовой нормы. Для этого среди всех вершин найдем наибольшее значение евклидовой нормы:

Для поиска наименьшего значения евклидовой нормы найдем расстояние от точки до каждой из плоскостей и выберем наименьшее:

Эквивалентность норм определяется соотношением:

Значит,

**Норма линейного оператора**

Оператор , действующий из линейного пространства X в линейное пространство Y, Называется линейным, если:

Норма оператора :

Сопряженным к линейному оператору A называется оператор .

Евклидова норма самосопряженного оператора с собственными числами определяется как:

Выберем . Построим *B* по формуле , где V - матрица поворота, D - диагональная матрица.

Собственные числа , значит . Найдем A:

Собственные числа матрицы

Норма

Норма

Норма